

נוסחאון מתמטיקה

5 יחידות לימוד

אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{השורשים:} \quad (a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{משוואה ריבועית:}$$

סדרות:

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר n-י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$	סכום:
$S = \frac{a_1}{1 - q}$	סכום אין-סופי:	

גדילה ודעיכה: כעבור זמן t : $M_t = M_0 \cdot q^t$, $q < 1$ - שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן

לוגריתמים:

$$(a, b, c > 0 ; a, b \neq 1) \quad \log_a(a^b) = b, \quad a^{\log_a b} = b, \quad \log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c, \quad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c, \quad \log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$$

הסתברות

נוסחת ברנולי - ההסתברות ל- k הצלחות מתוך n ניסיונות בהתפלגות בינומית כאשר

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad p: \text{ההסתברות להצלחה היא}$$

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{נוסחת בייס:} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{הסתברות מותנית:}$$

נוסחאון מתמטיקה 5 יחידות לימוד

עמוד 2

טריגונומטריה וגאומטריה

זהויות:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta \qquad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \qquad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \qquad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

(R – רדיוס המעגל החוסם) $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$ משפט הסינוסים:

(γ היא הזווית הכלואה בין a ל- b) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$ משפט הקוסינוסים:

שטח גזרה של α רדיאנים: $S = \frac{1}{2} \alpha R^2$ אורך קשת של α רדיאנים: $\ell = \alpha R$

שטח משולש: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$ (α היא הזווית הכלואה בין b ל- c)

גופים במרחב

פירמידה וחרוט: נפח: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

חרוט: שטח מעטפת: $M = \pi R \ell$ (R – רדיוס העיגול, ℓ – הקו היוצר)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \qquad (x^t)' = t x^{t-1} \text{ (t ממשי)}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x \qquad (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a \qquad (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

נגזרת של מכפלת פונקציות: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

נגזרת של מנת פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

נגזרת של פונקציה מורכבת: $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$

$u'(x)$ היא נגזרת של u לפי x (נגזרת פנימית)

ו- $f'(u)$ היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית)

אינטגרלים:

$$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1, \text{ ממשי, } t)$$

אם $F(x)$ היא פונקציה קדומה של הפונקציה $f(x)$ אז: $\int f(mx + b) dx = \frac{1}{m} F(mx + b) + C$

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + C$$

מספרים מרוכבים

$$[R(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = R^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi) \quad \text{משפט דה-מואבר:}$$

$$z_k = \sqrt[n]{R} \left[\cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) \right] : z^n = R(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

וקטורים

$$|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \quad \text{אורך של וקטור:}$$

$$\underline{x} = \underline{a} + t(\underline{b} - \underline{a}) + s(\underline{c} - \underline{a}) \quad \text{מישור דרך קצות הווקטורים } \underline{a}, \underline{b}, \underline{c} :$$

$$\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = |\underline{x}| \cdot |\underline{y}| \cos \alpha \quad \text{מכפלה סקלרית:}$$

$$\frac{|\underline{y} \cdot \underline{p} + e|}{|\underline{y}|} \quad \text{מרחק בין נקודה } \underline{p} \text{ למישור } \underline{y} \cdot \underline{x} + e = 0 :$$

$$\sin \beta = \frac{|\underline{y} \cdot \underline{b}|}{|\underline{y}| \cdot |\underline{b}|} \quad \text{מציאת זווית בין הישר } \underline{a} + t\underline{b} \text{ למישור } \underline{y} \cdot \underline{x} + e = 0 :$$

$$\cos \alpha = \frac{|\underline{y}_1 \cdot \underline{y}_2|}{|\underline{y}_1| \cdot |\underline{y}_2|} \quad \text{מציאת זווית בין המישורים } \underline{y}_1 \cdot \underline{x} + e_1 = 0, \underline{y}_2 \cdot \underline{x} + e_2 = 0 :$$

גאומטריה אנליטית

קו ישר:

שיפוע, m , של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

משוואת ישר $y = mx + b$ עם שיפוע m , העובר בנקודה (x_1, y_1) : $y - y_1 = m(x - x_1)$

שיעורי הנקודה C המחלקת (בחלוקה פנימית) את הקטע שקצותיו הם $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ ביחס $\frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell}$: $(\frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell})$

שני ישרים, בעלי שיפועים m_1, m_2 מאונכים זה לזה אם ורק אם $m_1 \cdot m_2 = -1$

מרחק הנקודה (x_0, y_0) מהישר $Ax + By + C = 0$: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

מעגל:

משוואת המשיק למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ בנקודה (x_0, y_0) על המעגל:

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

פרבולה:

משוואת המשיק לפרבולה $y^2 = 2px$ בנקודה (x_0, y_0) על הפרבולה: $y \cdot y_0 = p(x + x_0)$

מדריך של פרבולה: $x = -\frac{p}{2}$

מוקד של פרבולה: $F(\frac{p}{2}, 0)$

אליפסה:

משוואת אליפסה: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

מרחק המוקד מהראשית: $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

סכום מרחקי נקודה על האליפסה מהמוקדים: $r_1 + r_2 = 2a$

נוסחאון מתמטיקה 5 יחידות לימוד

עמוד 5

נוסחאון מורחב במתמטיקה

5 יחידות לימוד

$$S_n = \frac{n \cdot [2a_1 + (n-1)d]}{2}$$

אלגברה: סכום סדרה חשבונית:

גאומטריה אנליטית:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

המרחק d בין הנקודות A(x₁, y₁) ו-B(x₂, y₂):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ משוואת אליפסה}$$

חזקות: (b ≠ 0 a ≠ 0)

$$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x ; \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} ; (a^x)^y = a^{x \cdot y} ; \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} ; a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x} \quad (y \neq 0 \quad a \neq 0)$$

טריגונומטריה:

$$P = 2\pi R \quad S = \pi R^2 \quad \text{שטח עיגול והיקפו:}$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha \quad \text{זהויות בסיסיות:}$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

גופים במרחב:

$$(V - \text{נפח}) \quad (B - \text{שטח הבסיס}, h - \text{גובה הגוף}) \quad V = B \cdot h \quad \text{מנסרה ישרה וגליל ישר:}$$

$$(M - \text{שטח מעטפת}, h - \text{גובה הגוף}) \quad M = P \cdot h \quad \text{שטח מעטפת:}$$

וקטורים: מרחק בין נקודה $p = (p_1, p_2, p_3)$ למישור $v_1x + v_2y + v_3z + e = 0$:

$$d = \left| \frac{v_1p_1 + v_2p_2 + v_3p_3 + e}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}} \right|$$

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$$(\sqrt{mx+b})' = \frac{m}{2\sqrt{mx+b}}$$

$$\left(\frac{1}{mx+b} \right)' = \frac{-1 \cdot m}{(mx+b)^2}$$

אינטגרלים:

$$\int (mx+b)^t dx = \frac{1}{t+1} \cdot \frac{(mx+b)^{t+1}}{m} + C \quad (t \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{(mx+b)^2} dx = \frac{1}{m} \cdot \frac{-1}{(mx+b)} + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{mx+b}} dx = \frac{2}{m} \cdot \sqrt{mx+b} + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos(mx+b) dx = \frac{1}{m} \sin(mx+b) + C$$

$$\int \sin(mx+b) dx = -\frac{1}{m} \cos(mx+b) + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int e^{mx+b} dx = \frac{1}{m} e^{mx+b} + C$$

$$\int a^{mx+b} dx = \frac{a^{mx+b}}{m \cdot \ln a} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad t \neq -1$$

$$\int \frac{1}{mx+b} dx = \frac{1}{m} \ln|mx+b| + C$$